

雷射傅氏光學影像分析實驗

一、 實驗目的

學習並且實際操作傅氏光學影像分析系統架設，並透過電腦進行影像資訊處理並分析光學影像，了解數位光學影像處理的方法及應用。

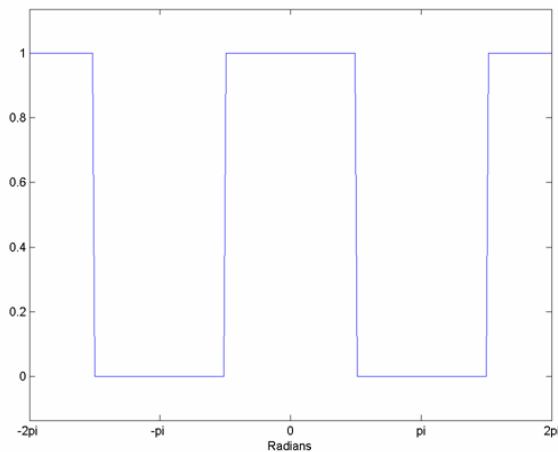
二、 實驗原理

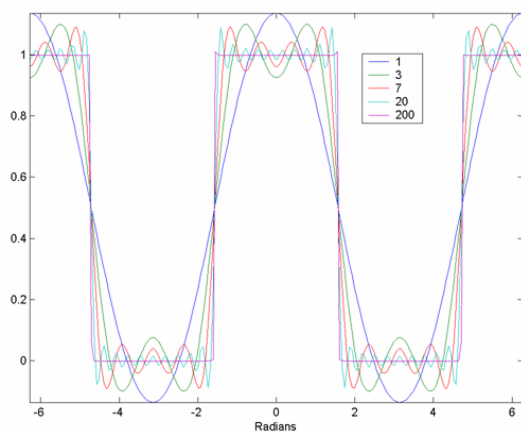
1. 傅氏轉換原理(Fourier Transform)

任何一 x 變數之函數 $f(x)$ 可藉由傅氏轉換(Fourier transform)將其轉換至頻率空間(frequency domain) k 之三角函數之組成。傅氏轉換之物理意義在於將時間或空間變數的函數轉換為頻率變數之三角函數，其數學概念為：

$$\begin{array}{l} f(x) \rightarrow \boxed{\text{Fourier Transform}} \rightarrow F(k) \\ x\text{-space} \rightarrow \boxed{\text{Fourier Transform}} \rightarrow k\text{-space} \\ t\text{-space} \rightarrow \boxed{\text{Fourier Transform}} \rightarrow \omega\text{-space} \end{array}$$

例如下圖之方形波函數 $f(x)$ ，經傅氏轉換為正弦函數的組成；





$$f(x) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nx) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(nx)$$

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx$$

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 1 dx = \frac{1}{\pi} [x]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = 1$$

$$a_n = \frac{2}{\pi n} \sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)$$

以上例子說明任一函數經由傅氏轉換成其諧頻三角函數分量 a_n 之組成。

同時傅氏轉換也要遵守一些運算規則：

倍數定律(scaling)：函數變數的放大(縮小)，傅氏轉換函數縮小(放大)。

$$\mathcal{F}\{f(ax, by)\} = \frac{1}{|ab|} F\left(\frac{u}{a}, \frac{v}{b}\right)$$

位移定律(shifting)：函數變數的位移，傅氏轉換函數相位差。

$$\mathcal{F}\{f(x-a, y-b)\} = F(u, v)e^{-i2\pi(au+bv)}$$

乘積定律(convolution)：兩函數的乘積運算，兩傅氏轉換函數相乘。

$$\int g(t-\tau)h(\tau)d\tau = g \otimes h$$

$$g(x, y) = f(x, y) \otimes h(x, y)$$

$$G(u, v) = F(u, v) \cdot H(u, v)$$

$$G(u, v) = \mathcal{F} \left\{ \iint_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) h(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta \right\}$$

乘積定律證明：

$$F(u)G(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-2\pi i u x} dx \int_{-\infty}^{\infty} g(x) e^{-2\pi i u x} dx$$

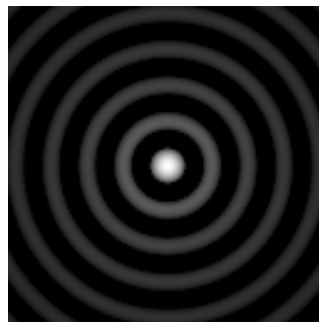
$$\begin{aligned} F(u)G(u) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-2\pi i u \tau} d\tau \int_{-\infty}^{\infty} g(v) e^{-2\pi i u v} dv \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi i u (\tau+v)} f(\tau) g(v) d\tau dv \end{aligned}$$

$$x = \tau + v, dx = dv$$

$$\begin{aligned}
F(u)G(u) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)g(x - \tau)d\tau dx \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i2\pi x} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)g(x - \tau)d\tau \right] dx \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i2\pi x} f(x) \otimes g(x) dx
\end{aligned}$$

2. 光學繞射與傅氏轉換

當一束光在通過一細小障礙物，一般會認為在物體後方只會產生一相對大小之陰影，但實際上，我們可發現在其陰影輪廓外還有細微的條紋結構，我們稱為繞射條紋，若從傅氏轉換的觀點來說明，本影即為零階的函數分量，而外面的條文即為高階諧頻的函數分量。



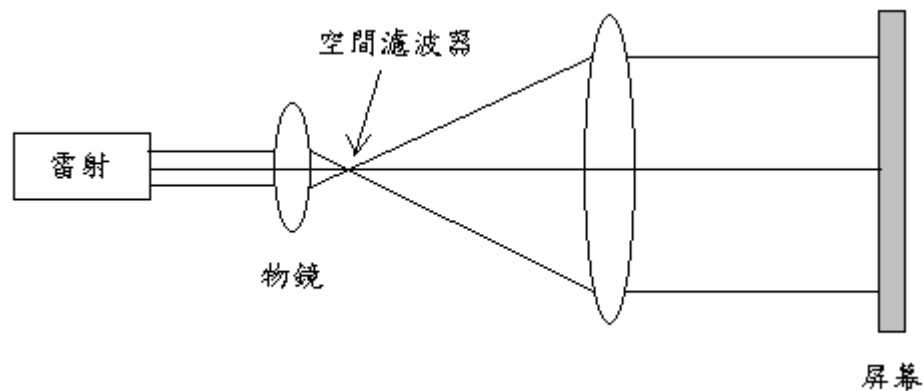
3. 傅氏光學與空間濾波實驗

本實驗是利用傅氏光學轉換原理於光學影像低頻濾波的應用。先將雷射光作成一束平行光，經過一物件，再經過一透鏡組後將影像做

傅利葉轉換於焦點上，在焦點上放置一高通濾波器(high pass filter)，濾掉零階的成份，之後放另一組透鏡做另一次逆傅氏轉換，最後成像於 CCD 螢幕上。

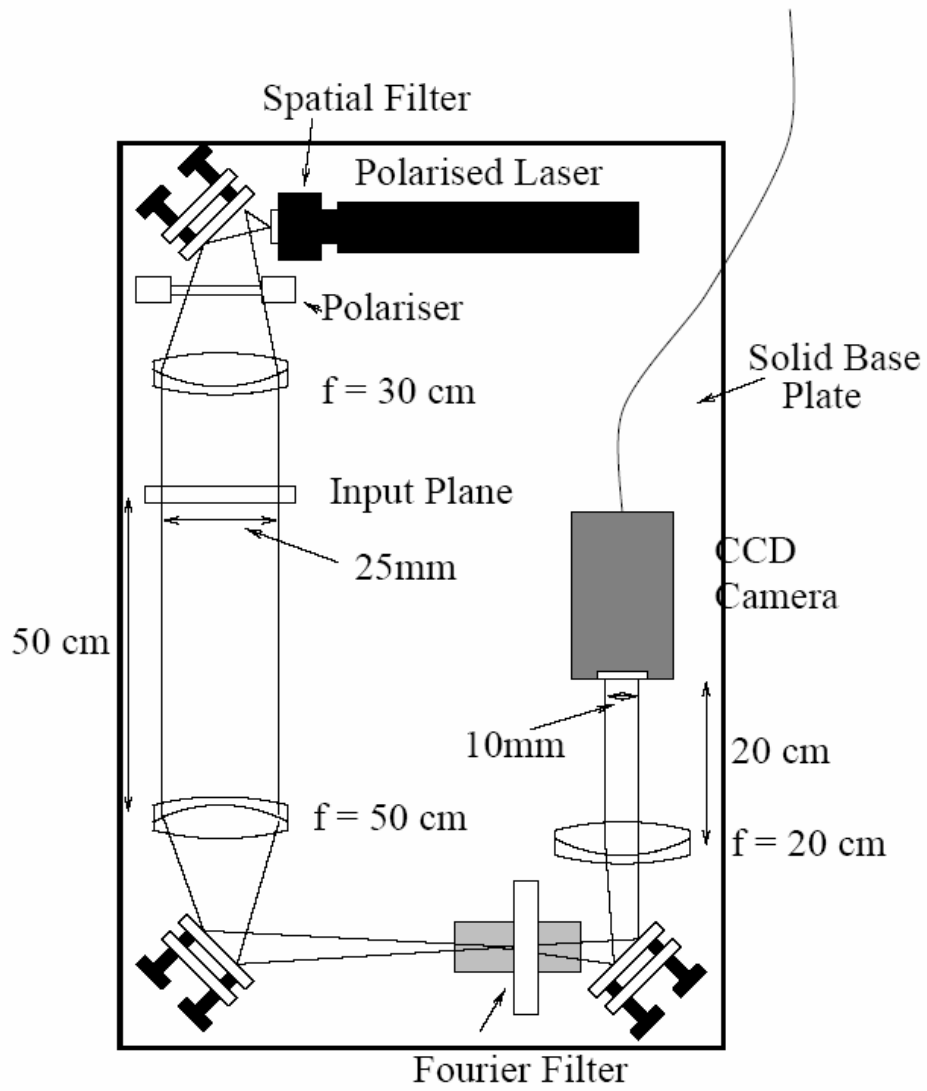
實驗中為了要得到均勻的平行入射光條件，必須去除雷射光雜斑，這些雜訊可能來自雷射管或光學系統中光學元件有瑕疵或有塵埃等。

在進行實驗時，為了去除雷射光雜訊，須在適當位置加上一適當之針孔(diameter=16 μm)作為空間濾波器(spatial filter)。

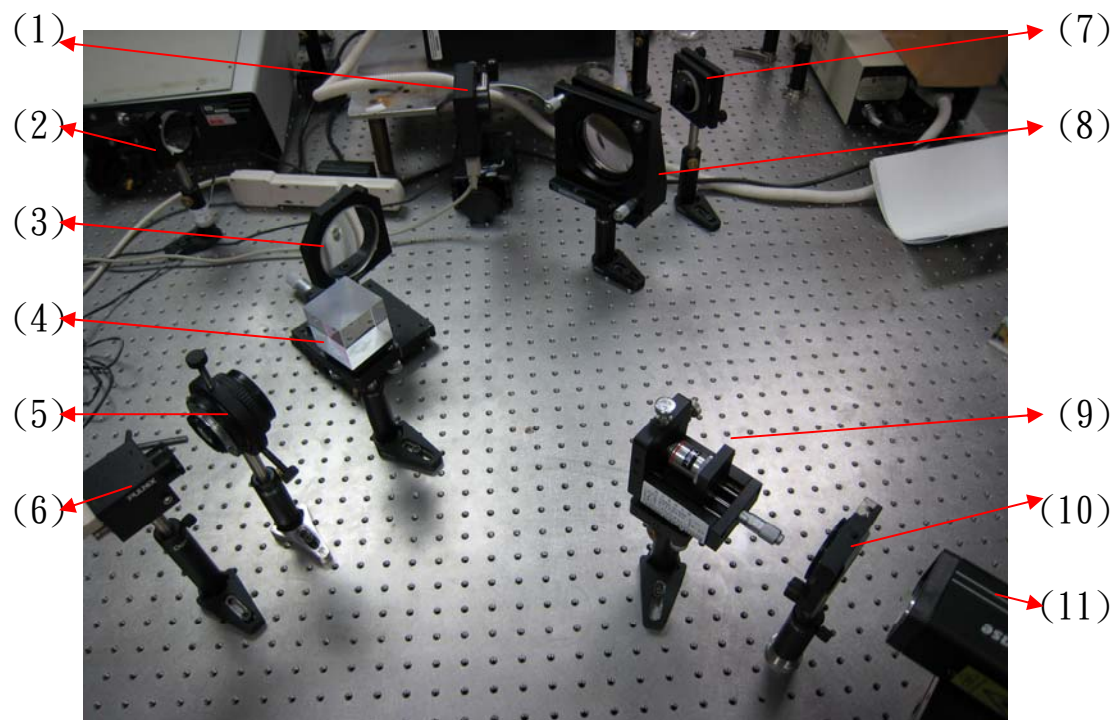


三、 實驗步驟

將儀器初步架設(如圖一-1、一-2)，稍微固定即可，然後進行調整。



(圖一-1) 傅氏光學系統架設圖



(圖一 2) 傅氏光學系統儀器架設圖

(1)液晶影像控制器

(2)反射鏡

(3)透鏡

(4)分光鏡

(5)廣角鏡頭

(6)CCD

(7)反射鏡

(8)傅氏透鏡

(9)空間濾波器

(10)偏振板

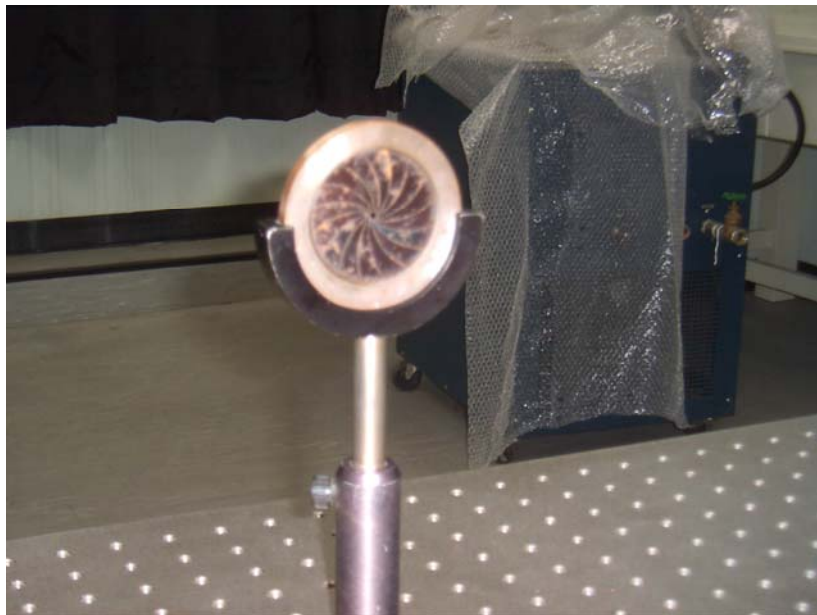
(11)633nm 雷射

實驗步驟：

1. 光路校準

(I) 調整雷射

首先，打開雷射並調整其高度與傾斜度，高度適中即可，但必須與其他光學儀器的高度配合；而傾斜度則必須調整到雷射光與光學桌平行，調整的方法則是利用小圓孔(如圖二)調整，利用光的直進性，並觀察光線在圓孔的位置來判斷雷射是否傾斜，並將雷射調整到雷射光線與光學桌平行。



(圖二) 小圓孔

(II) 調整反射鏡

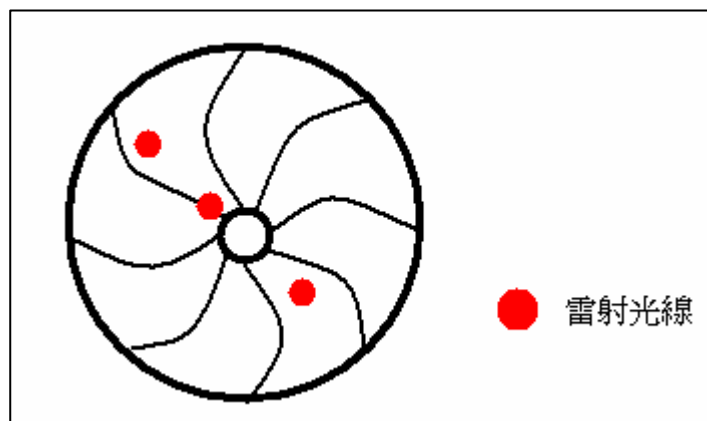
一般而言，若光學桌夠長，儀器架設可不用架反射鏡，若是光學桌不夠長或是要節省空間的話，則可利用反射鏡改變光路，而在調整

反射鏡時，同樣必須考慮高度與水平的問題。

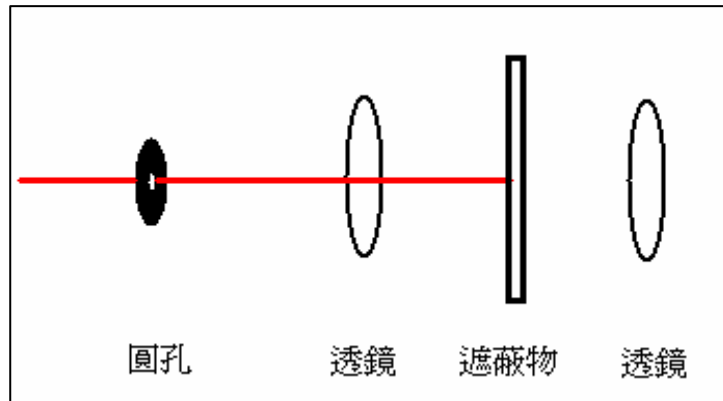
(III) 調整透鏡組

雷射打到透鏡時會偏折，若不將光線調整於鏡心，則光線在透鏡中經過不斷的反射與折射後，會產生許多不同方向與強度光線，雖然這些光線較原本主要的光線微弱，但光學實驗是非常精密的實驗，甚至連些微晃動都會影響結果，所以必須盡可能的排除。

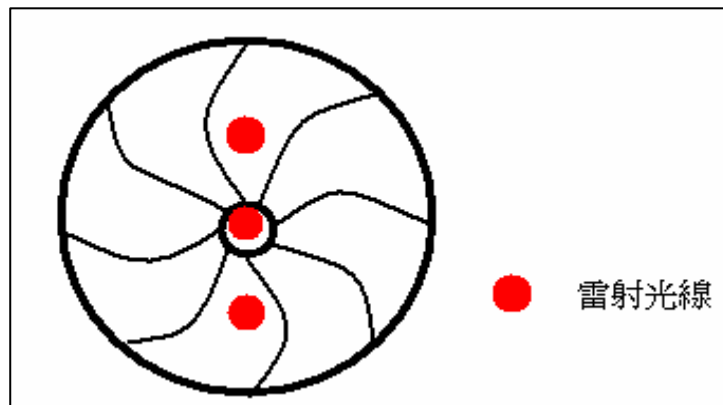
首先，先把圓孔放在透鏡前並使雷射光通過，此時會發現圓孔上有許多反射光不在同一點(較明顯的有三個，如圖三)，並在透鏡後方用一張紙擋住，以避免雷射打到後方另一個透鏡所產生的反射光影響到校準(如圖四)。校準時，先將透鏡前後移動(與光路垂直方向)，直到這三個點成垂直的一直線時停止(如圖五)，並以六角扳手將透鏡鎖上固定位置，然後調整透鏡的高度，直到三點重合停止(如圖六)，接下來進行微調，直到光線與原本的光路重合集完成第一個透鏡的校準。其它透鏡也如其方法校正。



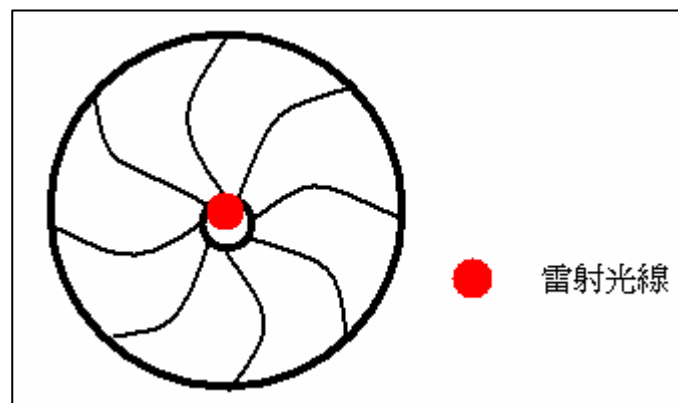
(圖三) 雷射經反射後，在圓孔上產生的光點



(圖四) 校準時，儀器擺設的相關位置



(圖五) 經調整後，三點成垂直的一直線

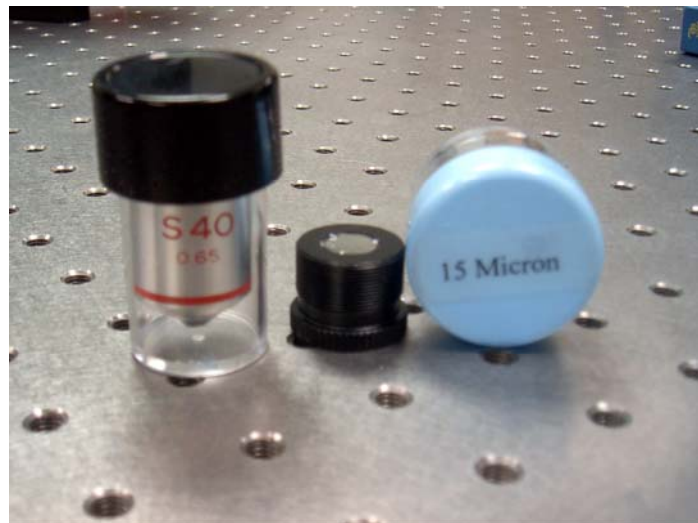


(圖六) 三點重合

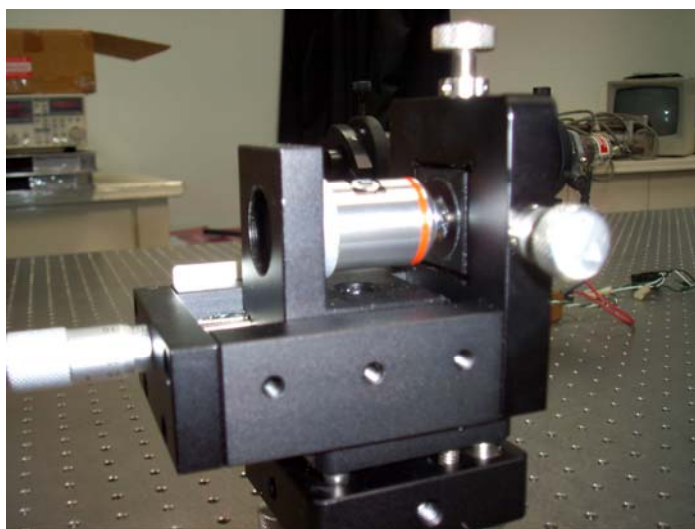
2. 空間濾波器的調整

(I) 將空間濾波器架設於第一個透鏡前，並將物鏡鎖上，其相隔距離為物鏡的焦距，這是為了使雷射透過物鏡擴束後，經透鏡後為平行光，物鏡的校準與透鏡的相同，校準完成後將針孔鎖上(如圖七、圖八)。

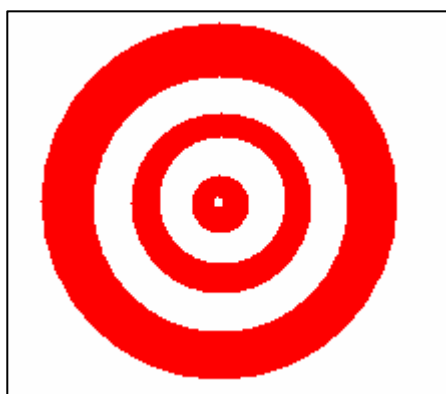
(II) 接下來進行擴束的動作，先在空間濾波器與針孔間放一張白紙，利用旋轉桿將物鏡慢慢靠近針孔，直到紙上出現干涉條紋停止(如圖九)，出現干涉條紋後調整針孔的位置，盡量使光線重合，然後再微調物鏡與針孔的距離，在不斷地調整針孔位置和物鏡與針孔的距離後，雷射光線被均勻的擴大(如圖十)。



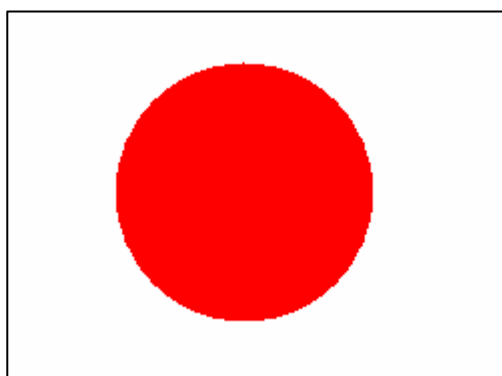
(圖七) 物鏡與針孔



(圖八) 空間濾波器的架設



(圖九) 紙上出現干涉條紋



(圖十) 校準後，雷射光被均勻的擴大

3. 架上分光鏡與廣角鏡和 CCD，而 CCD 的位置則需放在廣角鏡的焦距上，而廣角鏡焦距的位置在哪，則可藉由連接上 CCD 的電腦上觀察，移動 CCD 時，電腦上的影像則會變的清晰與模糊，不斷地移動 CCD，直到影像最清晰為止。
4. 放上液晶影像控制器，再由電腦來控制所要輸出之圖形。
5. 一切就緒後，如雷射光太亮，可加上偏振板(圖十一)，以調整到適合實驗的光強度。



(圖十一) 偏振板

6. 用一透明玻璃，中心用一黑色油漆點一直徑大約 0.2 mm 的小點，成為一低頻慮波器，觀察 CCD 的影像,與一般影像之差異。